РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

**Факультет физико-математических и естественных наук**

**Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей**

Доклад

на тему Аукцион второй цены

дисциплина: Математическое моделирование

Студент: Шапошникова Айталина

Группа: НПИбд-02-18

**МОСКВА**

2021 г.

Содержание

[Введение 3](#__RefHeading___Toc1844_2383019739)

Аукцион второй цены 4

[Аукцион с однородной ценой](#__RefHeading___Toc1852_2383019739) 4

[Механизм Викри-Кларка-Гровса (VCG auction)](#__RefHeading___Toc1852_2383019739) 4

[Механизм Викри-Кларка-Гровса (VCG auction) в интернет-рекламе](#__RefHeading___Toc1852_2383019739) 5

[Случай различной кликабельности мест](#__RefHeading___Toc1852_2383019739) 7

[Свойства](#__RefHeading___Toc1852_2383019739) 8

[Заключение](#__RefHeading___Toc1848_2383019739) 10

[Список литературы по теме](#__RefHeading___Toc1850_2383019739) 11

# Введение

Аукцион — публичная продажа товаров, ценных бумаг, имущества предприятий, произведений искусства, и других объектов, которая производится по заранее установленным правилам аукциона. Общим для всех аукционов принципом является принцип состязательности между потенциальными покупателями. В процессе состязания между покупателями за право приобрести товар выявляется победитель аукциона. Победителем аукциона признаётся лицо, выигравшее аукцион в соответствии с его правилами. В этом случае объект приобретается победителем аукциона. [1]

С точки зрения способа установления цены различают два типа аукционов:

1. Аукцион с повышением цены (английский аукцион), победителем которого признаётся лицо, предложившее наивысшую цену.
2. Аукцион с понижением цены (голландский аукцион), победителем которого признаётся лицо, первым согласившееся уплатить предлагаемую на аукционе цену. [1]

Основная суть аукционов заключается в удобстве их проведения и для покупателей, и для продавцов. Оно выражается в том, что отпадает необходимость поиска активных участников торгов – продавцов и покупателей. На аукционе здесь и сейчас в онлайн-режиме формируется цена и спрос на конкретный товар. И эта цена, как правило, оказывается самой выгодной. [1]

Аукцион, как было замечено, является тем местом, где осуществляются торги. Таким образом, аукцион представляет собой инструмент для совершения сделки. И эта процедура должна быть четко прописана и организована по определенным правилам. Правила эти закрепляют порядок проведения аукциона (его этапы) и особенности поведения на каждом этапе. В общепринятой классификации этапов выделяют 4 шага любого аукциона: подготовку, осмотр товаров, аукционный торг, исполнение аукционной сделки. Особое место во всей процедуре занимает третий этап – непосредственно торг, где путем повышения цены аукционисты добиваются реализации товара. [1]

В данной работе мы поговорим об одном из типов аукционов - аукционе второй цены, ее механизме работы и ее правилах.

# Аукцион второй цены

Закрытый аукцион второй цены или аукцион Викри — это алгоритм проведения однораундного закрытого аукциона (участники которого не знают ставок друг друга), при котором право на покупку получает участник, предложивший максимальную ставку, но покупка осуществляется по второй максимальной ставке. [1,2]

Аукцион был предложен Уильямом Викри. Этот тип аукциона стратегически схож с английским аукционом, стимулируя участников делать ставки, по истинной оценке, ими ценности товара. [1,2]

Аукционы Викри хорошо изучены в экономической литературе. Одним из рынков, на котором они активно используются, является коллекционирование марок. Система аукционов eBay также схожа, но не идентична с аукционом Викри. Слегка обобщённый вариант аукциона Викри, называемый обобщённым аукционом второй цены (generalized second-price auction), отличный от механизма VCG, используется в системах онлайн-рекламы Google, Yahoo и Яндекс. [1,2]

## Аукцион с однородной ценой

В случае множественных идентичных (или делимых) товаров, реализуемых в рамках одного аукциона, очевидным обобщением является продажа товара всем участникам, выигравшим аукцион, по наибольшей цене неудовлетворенных предложений. Такое обобщение известно как аукцион с однородной ценой (the uniform-price auction). Последний стимулирует участников делать ставки в соответствии с их истинной оценкой ценности только в случае, когда каждому игроку разрешено купить только один товар. В случае возможности делать ставки на несколько товаров свойство оптимальности правдивых ставок в общем случае не выполняется. [1,2]

## Механизм Викри-Кларка-Гровса (VCG auction)

Обобщение аукциона Викри на случай продажи нескольких товаров, сохраняющее стимулы к правдивому назначению ставок, известно как механизм Викри-Кларка-Гровса (Vickrey-Clarke-Groves, VCG). Идея VCG-аукциона состоит в том, что каждый участник аукциона платит цену исходя из того, как его участие воздействует на всех остальных участников. А именно, каждый игрок платит по итогам аукциона сумму, равную недополученной ценности товаров другими игроками из-за того, что в аукционе участвует этот игрок. [1,2]

Например, предположим, что мы хотим продать через аукцион два яблока, имея трёх участников.

* Участник A желает одно яблоко и делает ставку $5.
* Участник B также хочет одно яблоко и готов заплатить $2.
* Участник C претендует на два яблока и намерен заплатить $6 за оба, но не желает приобретать одно яблоко без другого. [1,2]

Во-первых, мы определяем победителей путём максимизации ставок: яблоки отходят к участникам A и B (поскольку, проиграв одно яблоко участнику A, С не претендует на второе). [1,2]

Во-вторых, чтобы определить платежи, мы рассматриваем, что произойдет, если бы победитель не участвовал в аукционе. [1,2]

Платеж победителя A: B получает яблоко, сделав ставку $2. Если бы участника A не было, C выиграл бы оба яблока и заплатил бы за них $6. Так что A платит разницу между ценой C за оба яблока и ценой B за одно из них: $6-$2 = $4. [1,2]

Платеж победителя B: A получает яблоко, сделав ставку $5, а C не получает ничего. Не будь B, C получил бы оба яблока за $6 (поскольку $6 за два яблока превышает ставку A $5 в отсутствие других участников). Поэтому B платит разницу $6-$5 = $1. [1,2]

## Механизм Викри-Кларка-Гровса (VCG auction) в интернет-рекламе

VCG-аукцион используется для продажи рекламных мест на интернет-площадках. В частности, эту модель аукциона используют Яндекс, Facebook и Google (в своей партнерской сети). Другой популярной моделью продажи рекламных мест является аукцион обобщенной второй цены (generalized second-price auction). [1,2]

Пусть в рекламном блоке *K* мест. За эти места конкурируют несколько рекламных объявлений. В модели, когда оплата осуществляется за клики (pay per click модель), важными параметрами конкурирующих объявлений являются их ставки за клики *bi* и вероятности клика *pi*. [1,2]

Ценность кандидата в этой модели задаётся функцией *V(b,p)=b\*p*. Наилучшие по ценности *K* объявлений идут в показ. Для *i*-го игрока имеем *Vi=V(bi, pi)= bi\* pi*. [1,2]

Возможны более сложные варианты функции ценности *V*, важное требование к этой функции — монотонность относительно ставки *b*. [1,2]

Правила VCG-аукциона для заданной функции ценности *V(b,p)* и *K* мест в рекламном блоке звучат следующим образом: нужно отобрать *K* объявлений максимальных по *V* и с *i*-го игрока взять за клик столько денег c*i*, что ценность *V(ci, pi)* меньше ценности *V(bi, pi)* его исходной ставки ровно настолько, насколько упала бы суммарная ценность показанных игроков, если бы игрок *i* не участвовал в аукционе. [1,2]

Рассмотрим случай, когда все позиции одинаково хороши, то есть вероятности клика объявлений не зависят от позиции. [1,2]

Тогда для случая трёх мест *K=3* для вычисления стоимости клика первого объявления *c1* нужно решить уравнение:

*V(c1, pi)+ V(b2, p2)+ V(ci, pi)= V(b2, p2)+ V(b3, p3)+ V(b4, p4)*

Два слагаемых в этом уравнении сокращаются и получается: *V(c1, pi)= V(b4, p4)*. [1,2]

То есть для вычисления цены клика первого объявления нужно уменьшить его ставку настолько, чтобы его ценность уменьшилось до ценности первого непоказанного игрока (в данном случае — 4-го объявления). [1,2]

*c1= b4\* p4/ p1.*

Аналогичное утверждение верно и для 2-го и 3-го игроков:

*c2= b4\* p4/ p2.*

*C3= b4\* p4/ p3.*

Таким образом, если вероятности клика участвующих в аукционе объявлений равны (оценки CTR совпадают), и их ставки равны 10, 7, 5, 2, то в показ пойдут первые три, и все они будут платить 2 — цену 4-го объявления. [1,2]

При *K=1* аукцион VCG совпадает с аукционом второй цены. [1,2]

В одном аукционе могут быть смешаны как игроки, которые готовы платить *b* рублей за клик (с ценностью*V=b\*p*, так и игроки, готовые платить *A* рублей за показ, тогда их ценность равны *V(A)=A*. Алгоритм вычисления амнистирования выставленной ставки за показ *A* получается из аналогичных формул. [1,2]

Свойство правдивости назначения ставок (thruthfulness) VCG-аукциона в случае интернет-рекламы означает следующее: для решения задачи максимизации свой прибыли рекламодателю нужно ставить такую ставку, что в случае, если бы списываемая цена была равна в точности выставленной, рекламодатель получил бы нулевую прибыль от клика в среднем. Для случая, когда рекламодатель хочет получать прибыль с ROI выше некоторого заданного значения ему нужно ставить минимальную ставку, при которой достигается необходимый ему ROI. Как с ограничением так и без ограничения на ROI оптимальная ставка не зависит от ставок других игроков. [1,2]

Когда у рекламодателя кроме ограничения на ROI есть фиксированный бюджет на рекламу в единицу времени и это ограничение не фиктивное, а регулярно достигаемое, то его алгоритм выставления оптимальной ставки (максимизирующей его прибыль) в VCG-аукционе уже не имеет простого описания. [1,2]

Также алгоритм вычисления оптимальной ставки также сложен и зависит от ставок конкурентов, когда максимизируется не прибыль, а некая комбинация оборота и прибыли. [1,2]

## Случай различной кликабельности мест

Рассмотрим случай, когда вероятности клика на объявление зависят от места.

Пусть для объявления *i* вероятность клика на местах 1, 2, 3 равны соответственно *x1\*p1\*x2\*p1\*x3\*p1*, то есть есть множители {*x1, x2, x3*} меньше 1, определяющие мультипликативный поправки к исходной вероятности клика. Назовем их кликабельностями позиций. Не теряя общности, рассмотрим случай, когда позиции расположены в порядке убывания кликабельности, то есть *x1>=x2>=x3*. Уравнение определения стоимости клика *c1* первого объявления станет следующим:

*x1\*V(c1, p1)+x2\*V(c2, p2)+x3\*V(c3, p3)= x1\*V(c2, p2)+x2\*V(c3, p3)+x3\*V(c1, p1).*

Подставляя *Vi=V(bi, pi)= bi\* pi* получаем:

*V1=((x1-x2)\*V2+( x2-x3)\*V3+x3\* V4/x1*

*c1=((x1-x2)\*+*

То есть ставка 1-го уменьшается настолько, чтобы его ценность *V(c1\*p1)* стала равна средней взвешенной ценностей объявлений ниже и одного невидимого объявления. Веса в этом усреднении определяются кликабельностью позиций. [1,2]

# Свойства

**Стимулирование раскрытия истинных оценок**

В ходе аукциона Викри с независимыми ставками каждый участник максимизирует полезность, называя истинную индивидуальную оценку ценности товара. Иными словами, стратегия объявления истинных оценок является доминирующей для однократных аукционов Викри. [1,2]

**Эффективность распределения ресурсов**

Однократный аукцион Викри эффективен (победителем является участник, чья индивидуальная оценка ценности товара максимальна) в самом общем случае; таким образом он является отправной моделью, относительно которой может оцениваться эффективность распределения ресурсов в других моделях аукционов. [1,2]

**Ограничения**

При всех преимуществах аукцион Викри имеет ряд ограничений:

* Он не позволяет осуществить исследование цен (выяснение покупателями рыночных цен, если они не уверены в своей оценке), иначе как через ряд последовательных аукционов.
* Продавцы могут задействовать «подставные ставки» для увеличения своей прибыли.
* В серии последовательных аукционов Викри стратегия объявления участниками своих истинных оценок более не является доминирующей. [1,2]

Механизм VCG имеет дополнительные ограничения:

* Возможность потери ставок участников аукциона.
* Уязвимость покупателей из-за возможности «подставных ставок» со стороны продавца.
* Отсутствие максимизации выручки продавца — последняя может даже оказаться равной нулю по итогам аукциона VCG. Если целью аукциона является максимизация прибыли продавца, а не просто эффективное распределение ресурсов среди покупателей, тогда VCG может оказаться плохим выбором.
* Выручка продавца не монотонна по отношению к размерам ставок. [1,2]

Немонотонность выручки продавца относительно размера ставки может быть продемонстрирована следующим примером.

Рассмотрим трёх участников A, B, и C, и два одинаковых товара Y и Z.

A претендует на оба товара и делает ставку $2 за сумму Y и Z.

Как B, так и C делают ставки по $2 за любой из товаров ($2 за Y или Z).

В итоге Y и Z отходят к B и C, но по цене $0, как можно увидеть, последовательно удаляя B и C.

При этом если C поставил бы $0 вместо $2, то продавец получил бы $2 вместо $0. Поскольку выручка продавца также может вырасти с ростом ставок B и C, она оказывается немонотонна. [1,2]

# Заключение

После проведенной работы хочу выделить основные моменты:

* Четыре основных типа аукционов:
* Два открытых: Английский и Голландский;
* Два закрытых: Викри и первой цены;
* Два стратегически эквивалентных: Голландский и закрытый
* аукцион первой цены;
* Два слабо эквивалентных: Английский и аукцион Викри.
* Ожидаемый доход аукциониста во всех четырех - одинаковый.
* Оптимальный аукцион = оптимальная резервная цена. [4]

Выгоду от проведения аукционов такого типа имеют и участники, и проводящая сторона: участники определяют настоящую ценность лота для себя и называют именно ее, без искусственного завышения. Организаторы оказываются в плюсе, так как участники в итоге делают более высокие ставки, чем при аукционе первой цены. Данная модель позволяет проводить аукционы очень быстро, поэтому широко используется в онлайне, в частности, при продаже поисковой рекламы. [3]

# Список литературы по теме

1. «Аукцион» — Свободная энциклопедия «ВикипедиЯ». — URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Аукцион
2. «Аукцион Викри» — Свободная энциклопедия «ВикипедиЯ». — URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/АукционВикри>
3. Аукцион второй цены в RTB // OneRetarget справочник — URL: https://oneretarget.com/ru/wiki/%D0%B0%D1%83%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%B2%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%BE%D0%B9-%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%8B-%D0%B2-rtb
4. Институциональная экономика - 2: Теория аукционов // Светлана Пивоварова — URL: https://www.youtube.com/watch?v=G0K67jQ-dhA